LdL im Mathematik- und Physikunterricht

- Anwendungsbeispiele -

zusammengestellt von Claus Hilgers,
Viscardi-Gymnasium Fürstenfeldbruck

1. Hausaufgabenfolie

Ein bis zwei Schüler besprechen die Hausaufgabe anhand einer von ihnen vorbereiteten Folie. (Stundenbeginn, ca. 5 Minuten)

Die Schüler sollen dabei:

- wesentliche Schritte erklären und auf mögliche Probleme hinweisen
- auf Fragen der Mitschüler eingehen
- die Folien übersichtlich gestalten (Wesentliches hervorheben, bei ähnlichen Aufgaben Rechenschritte überspringen, evtl. alternative Lösungswege diskutieren, Farben sinnvoll einsetzen...)

Die Akzeptanz und das Interesse bei den Mitschülern ist dabei sehr groß. Hausaufgabenfolien werden zunächst auf freiwilliger Basis und dann verpflichtend von allen erstellt. In der Regel gebe ich den Schülern eine mündliche Note (für einen meist guten bzw. sehr guten Unterrichtsbeitrag).

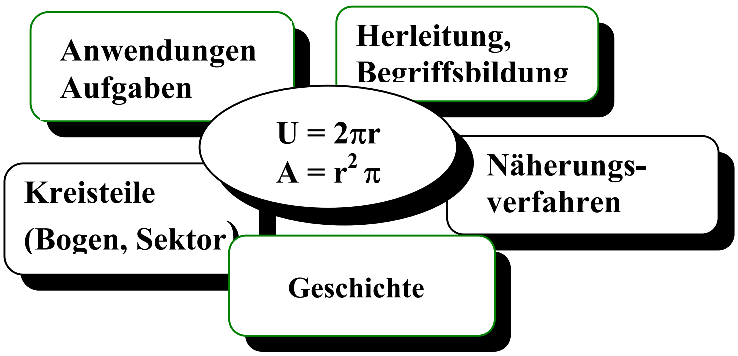
Beispiele: 9.Klasse M (S.2), LK M (S.3), 9. Klasse Ph (S.4)

2. LdL-Sequenz als Block

Eine komplette Unterrichtssequenz wird von Schülern übernommen. (ca. 10 Stunden)

- In der Gruppenarbeitsphase (2-3 Stunden) werden die Unterrichtsstunden vorbereitet (inkl. Tafelbild und Stundenverlaufsplan).
- In der anschließenden Präsentationsphase(etwa 8 Stunden) werden die LdL-Stunden dann gehalten.

Das Thema der Unterrichtssequenz muss dabei geeignet sein, da man auf einen **hierarchischen Aufbau des Themas verzichten** muss. Da alle Gruppen ihre Stunden gleichzeitig vorbereiten, müssen die einzelnen Themen **unabhängig von einander** bearbeitet werden können. So kann man z. B. nach einer kurzen Einführung in die Kreismessung und die „Bekanntgabe“ der beiden Formeln alle dazugehörigen Themen unabhängig von einander bearbeiten)



Beispiele: Stundenverlaufsplan (S.5), Tafelbild (S.6), 9. Klasse M Pythagoras (S.7,8), 10. Klasse M Kreismessung (S.9,10), LK M Streifenmethode(S.11)

3. Kontinuierliche LdL-Sequenzen

Die LdL-Sequenz findet nur an einem (max. zwei) Tag(en) der Woche statt. (z.B. Di und Fr Stochastik; sonst Analysis)

- hierarchischer Aufbau des Themas kann beibehalten werden, da sich die Gruppe erst nach der vorhergehenden Stunde auf ihr Thema vorbereiten muss
- die Gruppenarbeitsphase entfällt (bzw. findet außerhalb des Unterrichts statt)

Beispiele: LK M Zufallsgrößen (S.12)

Hausaufgabe vom 18.02.03

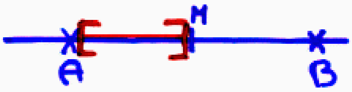
S. 30 / 4 / a)

$\tau = \frac{\vec{AT}}{\vec{TB}}$

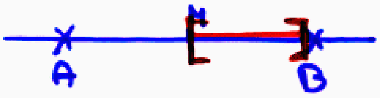
$\tau < -1 \Rightarrow \frac{\vec{AT}}{\vec{TB}} < -1 \Rightarrow |\vec{AT}| > |\vec{TB}|$

$-1 < \tau < 0 \Rightarrow -1 < \frac{\vec{AT}}{\vec{TB}} < 0 \Rightarrow |\vec{AT}| < |\vec{TB}|$ und $|\vec{AT}| > 0$

$0 < \tau < 1 \Rightarrow 0 < \frac{\vec{AT}}{\vec{TB}} < 1 \Rightarrow \vec{AT} < \vec{TB}$ und $\vec{AT} > 0$



$\tau \geq 1 \Rightarrow \vec{AT} \geq \vec{TB}$

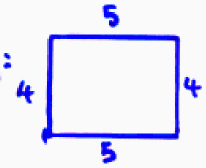


b)

$\tau = -1 \Rightarrow \frac{\vec{AT}}{\vec{TB}} = -1 \Rightarrow |\vec{AT}| = |\vec{TB}|$

Es gilt: $\overline{AT} \neq \overline{TB} \Rightarrow \tau \neq -1$

S. 30/6) geg:



Rechteck mit den Längen der Seiten im Verhältnis 4 : 5 und dem Umfang 16,2 cm

Konstruktionsplan: $\overline{AB}$ mit 8,1 cm (16,2 cm : 2 wegen je zwei gleichen Seiten)

- teile $\overline{AB}$ im Verhältnis 4 : 5 $\Rightarrow$ T
- $\perp$ auf T
- $\overline{TB}$ an T antragen $\Rightarrow$ C
- $\perp$ auf C
- $\overline{TA}$ an C antragen $\Rightarrow$ D
- A und D verbinden

S. 232/16 $\quad g: \vec{x} = \lambda \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 6 \\ -10 \\ 3 \end{pmatrix}}_{\vec{u}} \qquad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 16 \\ 7 \end{pmatrix} + \mu \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} -8 \\ 10 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\vec{v}}$

1. Lösungsmöglichkeit:

① $\overrightarrow{X_g X_h} \circ \vec{u} = 0 \qquad$ ② $|\overrightarrow{X_g X_h}|_{\lambda} = 11$

$$\overrightarrow{X_g X_h} = \begin{pmatrix} -1 & -8\mu \\ 16 & +10\mu \\ 7 & +\mu \end{pmatrix} - \lambda \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -10 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -8\mu & -6\lambda \\ 16 & +10\mu & +10\lambda \\ 7 & +\mu & -3\lambda \end{pmatrix}$$

allgemeiner Verbindungsvektor

mit ① $\Rightarrow \begin{pmatrix} -1 & -8\mu & -6\lambda \\ 16 & +10\mu & +10\lambda \\ 7 & +\mu & -3\lambda \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 6 \\ -10 \\ 3 \end{pmatrix} = 0$

$$-6 - 48\mu - 36\lambda - 160 - 100\mu - 100\lambda + 21 + 3\mu - 9\lambda = 0$$

$$-145 - 145\lambda - 145\mu = 0$$

$$\underline{\mu = -\lambda - 1}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{X_g X_h}_{\lambda} = \begin{pmatrix} -1 & -8\cdot(-\lambda-1) & -6\lambda \\ 16 & +10\cdot(-\lambda-1) & +10\lambda \\ 7 & +1\cdot(-\lambda-1) & -3\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7+2\lambda \\ 6 \\ 6-4\lambda \end{pmatrix}$$

mit ② $\Rightarrow \left| \begin{pmatrix} 7+2\lambda \\ 6 \\ 6-4\lambda \end{pmatrix} \right| = 11$

$$(7+2\lambda)^2 + 6^2 + (6-4\lambda)^2 = 11^2$$

$$20\lambda^2 - 20\lambda + 121 = 121$$

$$\lambda \cdot (\lambda - 1) = 0$$

$$\underline{\lambda_1 = 0} \quad \vee \quad \underline{\lambda_2 = 1}$$

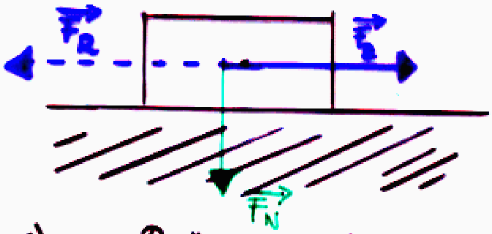
Gerade, auf der die Schnittpunkte liegen: $g': \vec{x} = \lambda \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 6 \\ -10 \\ 3 \end{pmatrix}}_{\vec{u}} + \underbrace{\begin{pmatrix} 7+2\lambda \\ 6 \\ 6-4\lambda \end{pmatrix}}_{\overrightarrow{X_g X_h}} =$

$$= \begin{pmatrix} 7 & +8\lambda \\ 6 & -10\lambda \\ 6 & -\lambda \end{pmatrix}$$

$S_1 (7 | 6 | 6)$

$S_2 (15 | -4 | 5)$

S. 10/1;2 4.10.'03



$\boxed{F_R = \mu \cdot F_N}$

$\boxed{F_R = F_Z}$

1) geg.: Reibungszahl: 0,04 μ

Gesamtgewichtskraft: 0,5 kN → 500 N F_N

ges.: Zugkraft: ? F_R

$F_R = \mu \cdot F_N$

$F_R = 0{,}04 \cdot 500\,N$

$F_R = \underline{\underline{20\,N}}$

2) a) Gewichtskraft: 0,8 kN → 800 N F_N

Zugkraft: 12 N F_R

ges.: Reibungszahl: ? μ

$F_R = \mu \cdot F_N \quad | : F_N$

$\mu = \frac{F_R}{F_N}$

$\mu = \frac{12\,N}{800\,N} = \underline{\underline{0{,}015}}$

b) ... die Zugkraft muss auch größer werden!

c)

μ	
<	a) Annahme: F_N konstant => F_R wird kleiner b) Annahme: F_R konstant -> F_N wird größer
>	a) Annahme: F_N konstant -> F_R wird größer b) Annahme: F_R konstant => F_N wird kleiner

Gruppe: ....

Stundenverlauf

Zeit	Inhalt	Anmerkung

Hausaufgabe

Gruppe: ....

Tafelbild

Terminplan

Tag	Thema		
Donnerstag 15.2.	Vorbereitung		
Freitag 16.2.	Vorbereitung		
Montag 19.2.	Vorbereitung		
Donnerstag 22.2.	Gruppe A **Der Höhensatz**	S.66	Katharina, Christiane, Claudia
Donnerstag 1.3.	Gruppe B **Der Kathetensatz**	S.68	Andi, Corinna, Julia, Nico
Montag 5.3.	Gruppe C **Der Satz des Pythagoras**	S.70	Max, Wörle, Jäger, Adrian
Donnerstag 8.3.	Gruppe E **Anwendungsaufgaben 1**	S.75 Beispiel 1- 4	Charly, Sabrina, Melanie
Montag 12.3.	Gruppe F **Anwendungsaufgaben 2**	S.76 Beispiel 5-7	Karla, Ronja, Sina, Simone
Mittwoch 14.3.	Gruppe G **„Pythagoras Superstar“ -**	Kopien	Alexandra, Andrea, Nadine
Donnerstag 15.3.	Gruppe H **Der goldene Schnitt**	S.82	Pittrich, Burg, Albertshofer

Pythagoräische Zahlentripel

14.03.01

Als pythagoräisches Zahlentripel bezeichnet man drei natürliche Zahlen (a, b und c), wenn für sie gilt $a^2+b^2=c^2$.

Ein weiteres Kennzeichen für die pythagoräischen Zahlentripel ist, dass die drei natürlichen Zahlen einen gemeinsamen Teiler haben. Wenn dies nicht zutrifft so spricht man von primitiven pythagoräischen Zahlentripeln.

Zum Beispiel:

6; 8 und 10: g.T.: 2

9; 12 und 15: g.T.: 3

3; 4 und 5: primitives pythagoräisches Zahlentripel

39; 80 und 89: primitives pythagoräisches Zahlentripel

pythagoräische Zahlentripel im Zusammenhang mit pythagoräischen Dreiecken:

Haben die Seitenlängen eines rechtwinkligen Dreiecks ganze Maßzahlen, so nennt man das Dreieck ein pythagoräisches Dreieck und die drei Maßzahlen ein pythagoräisches Zahlentripel.

Terminplan

Tag	Thema	
Dienstag 10.11.	Vorbereitung	
Donnerstag 12.11.	Vorbereitung	
Freitag 13.11.	Vorbereitung	
Dienstag 17.11.	Gruppe A **Messung der Kreisfläche**	*
Donnerstag 19.11.	Gruppe B **Messung des Kreisumfangs**	**
Freitag 20.11.	Gruppe C **Näherungsverfahren I** (Archimedes,	***
Donnerstag 26.11.	Gruppe D **Näherungsverfahren II** (Monte-Carlo)	** (+Informatik)
Freitag 27.11.	Gruppe E **Aufgabengruppe: Fläche/Umfang**	**
Dienstag 1.12.	Gruppe F **π - Geschichte und Mythos einer Zahl**	* (+ viel Lesen)
Donnerstag 2.12.	Gruppe G **Kreisbogen und Bogenmaß**	**
Freitag 3.12.	Gruppe H **Kreissektor**	*

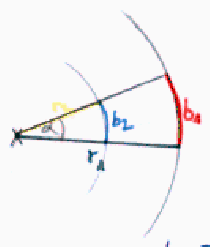
Gruppe: E

Tafelbild

Das Bogenmaß

Kreisbogen: $b = \frac{\alpha}{180^\circ} \cdot \pi \cdot r$

Bogenmaß: $\boxed{B = \frac{b}{r} = \frac{\alpha}{180^\circ} \cdot \pi}$



z.B.: Geg.: $r = 5\,cm$; $b = 3\,cm$

Ges.: α

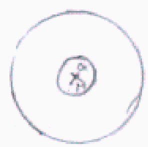
$\frac{b}{r} = \frac{\alpha}{180^\circ} \cdot \pi$

$\frac{b \cdot 180^\circ}{r \cdot \pi} = \alpha$

$\alpha = \frac{3\,cm \cdot 180^\circ}{5\,cm \cdot \pi}$

$\alpha \approx \underline{\underline{34{,}4^\circ}}$

Einheitskreis:



$\alpha = 360^\circ$

$\Rightarrow B = 2 \cdot \pi$

$\Rightarrow$ bei $180^\circ \Rightarrow B = \pi$

zum vorigen Beispiel: $\alpha \approx 34{,}4^\circ$

$\Rightarrow B \approx 0{,}19 \cdot \pi$

Kurz-Unterrichtsbeiträge

- sieben Gruppen à 2-3 Schülerinnen/Schüler
- 10-15 Minuten (→ **kurz und prägnant**)
- Beispiel aus dem Buch **oder**/und Aufgabenbeispiel
- es soll **kein Referat** sein – eher Unterricht (auch Mitschüler dürfen eingespannt werden!!)
- Folien/Arbeitsblätter/Power-Point → alles ist möglich
- Vorbereitung: Wochenende und **Dienstag 5.Stunde** *(Hr. Hilgers auf Fortbildung!)*

	Thema	Buch	Aufgabe	Name
Di 8.10.	**1. Anwendung Arbeit**	S.26/27 (2.5.a)	37/39	
Di 8.10.	**2. Anwendung Weg**	S. 27/28 (2.5.b)	37/40	
Do 10.10. (Doppelstunde)	**3. Anwendung Mittelwerte**	S. 28 (2.5.c)	38/41,42	
Do 10.10. (Doppelstunde)	**4. Anwendung Volumen**	S. 29-31 (2.5.d)	38/43-45	
Do 10.10. (Doppelstunde)	**5. Streifenmethode x^3**	S.31/32 (2.6.)	38/46	
Fr 11.10.	**6. verschieden breite Streifen**	S. 32/33 (2.7.)	38/47	
Fr 11.10.	**7. unstetige Funktionen**	S. 33 (2.8.)	38/48	

LdL - Lernen durch Lehren

→ www.ldl.de

LdL - Lernen durch Lehren

- neun Gruppen à 2 Schülerinnen/Schüler
- 35-40 Minuten (→ **kurz und prägnant**)
- Beispiel(e) und Herleitungen aus dem Buch, Aufgabenbeispiel(e) und Hausaufgabenstellung
- **kein Referat – sondern Unterricht** (Tafelbild, Hefteintrag, Arbeitsblatt, Mitschüler einbeziehen)
- Folien/Arbeitsblätter/Power-Point → alles ist möglich

	Thema	Buch	Aufgaben	Name
Fr 19.9.	**1. Zufallsgröße und Wahrscheinlichkeitsfunktion**	165-171 (11.1.)	z.B. 4a, 8abc, 14ab, 19ab	
Di 23.9.	**2. Der Erwartungswert**	171 unten -174 (11.1.) (165ff „mitlesen“)	zu 11.1.	
Fr 26.9.	**3. Die Verteilungsfunktion**	174-177 (11.2.)	zu 11.2.	
Di 30.9.	**4. Varianz und Standadabweichung**	179-182 (11.4.)	zu 11.4.	
Di 7.10.	**5. Die Ungleichung von Tschebyschow**	183-185 (11.5.)	zu 11.5.	
Fr10.10.	**6. Gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung**	198-200 (12.1.)	zu 12.1	
Di 14.10.	**7. Unabhängigkeit und Verknüpfung von Zufallsgrößen**	200-203 (12.2, 12.3.)	Zu 12.2, 12.3	
Fr17.10.	**8. Sätze über die Erwartung**	203-211 (12.4.1.)	zu 12.4.1	
Di 21.10.	**9. Sätze über die Varianz**	200-203 (12.4.2.)	Zu 12.4.2	

→ www.ldl.de